

Пусть X йонсоновкое множество в теории T и M экзистенциально замкнутая подмодель семантической модели C , рассматриваемой йонсоновской теории T , где $dcl(X) = M$. Тогда пусть $Th_{\forall\exists}(M) = Fr(X)$, $Fr(X)$ – есть йонсоновский фрагмент йонсоновского множества X .

Теорема 1. Пусть T – экзистенциально простая йонсоновская теория, X йонсоновкое множество в теории T . Тогда следующие условия эквивалентны:

1. $Fr(X)$ - совершенна;
2. $E_n(Fr(X))$ слабо дополняема;
3. $E_n(Fr(X))$ - алгебра Стоуна.

В следующей теореме в терминах решетки формул найдены необходимые и достаточные условия йонсоновости центра йонсоновской теории.

Теорема 2. Пусть T – экзистенциально простая йонсоновская теория, X йонсоновкое множество в теории T . Тогда следующие условия эквивалентны:

1. $Fr^*(X)$ - йонсоновская теория;
2. каждый $\varphi^T \in E_n(Fr(X))$ имеет бескванторное слабое дополнение.

Список использованных источников

1. Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – 370 с.

СВОЙСТВА КОМПАНЬОНОВ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ТИПОВ ОТНОСИТЕЛЬНО ЙОНСОНОВСКОГО МНОЖЕСТВА

Ешкеев А.Р., Кыдырбайкызы Г., Ракишева Н.К.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: modth1705@mail.ru

В данном тезисе мы рассматриваем свойства компаньонов для йонсоновской теории в обогащении йонсоновским множеством.

Пусть T - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры σ . Пусть C является семантической моделью теории T . Пусть $A \subseteq C$ есть йонсоновское множество в теории T . Пусть $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$, $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$.

Пусть $T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) \mid a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{P \subseteq\}$, где $\{P \subseteq\}$ есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа P является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры $\sigma_\Gamma(A)$ и эта модель есть определенное замыкание множества A . Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория, вообще говоря, не полна.

Пусть T^* является центром йонсоновской теории T_A^C и $T^* = Th(C')$, где C' есть семантическая модель теории T_A^C . При ограничении теории T_A^C до сигнатуры $\sigma_\Gamma(A) \setminus \{c\}$ теория T_A^C становится полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом теории T относительно йонсоновского множества A .

Теперь мы хотим определить понятие фрагмента йонсоновских множеств.

Пусть A йонсоновкое множество в теории T и M экзистенциально замкнутая подмодель семантической модели C , рассматриваемой йонсоновской теории T , где $dcl(A) = M$. Тогда пусть $Th_{\forall\exists}(M) = Fr(A)$, $Fr(A)$ - есть йонсоновский фрагмент йонсоновского множества A .

Теорема 1. Пусть T_A^C - йонсоновская теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) $Fr(A)$ совершенна;
- 2) T_A^C имеет модельный компаньон.

В работах [1], [2] была установлена связь между полнотой и модельной полнотой йонсоновской теории.

Теорема 2. Пусть T_A^C - совершенная йонсоновская теория в выше указанном обогащении. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) $Fr(A)$ полна;
- 2) $Fr(A)$ модельно полна.

Теорема 3. Пусть T_A^C - совершенная йонсоновская теория в выше указанном обогащении. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) $Fr(A)$ совершенна;
- 2) $Fr^*(A)$ модельно полна;

Список использованных источников

1. Ешкеев А.Р., Оспанов Р.М. Связь йонсоновских теорий с теоремой Линдстрема // Труды V-Казахско-Французского коллоквиума по теории моделей. Сборник научных трудов. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2001. – С. 65-75.
2. Ешкеев А.Р., Оспанов Р.М. Йонсоновские теории и их компаньоны // Материалы 10-й Межвузовской конференции по математике и механике. – т. 1. – Алматы, 2005. – С. 185-190.
3. Ешкеев А.Р., Оспанов Р.М. Некоторые свойства решетки формул йонсоновских теорий // Международная конференция «Проблемы современной математики и механики». – Алматы, 2005. – С.134.
4. Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – 370 с.

ОДНО ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ЭКЗИСТЕНЦИАЛЬНОЙ ПРОСТОТЫ ТЕОРИИ

Ешкеев А.Р., Мусина Н.М.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: modth1705@mail.ru, nazerke170493@mail.ru

Нами рассмотрен вопрос о существовании алгебраически простой модели в классе сильно выпуклых йонсоновских теорий.

Дадим необходимые определения.

Определение 1. Модель теории называется алгебраически простой, если она изоморфно вкладывается в любую модель рассматриваемой теории.

Существуют теории с разным спектром алгебраически простых моделей, в том числе и с пустым.

Определение 2. Теория T называется выпуклой, если для любой ее модели \mathfrak{A} и для любого семейства $\{\mathfrak{B}_i | i \in I\}$ ее подструктур, которые являются моделями теории T , пересечение $\bigcap_{i \in I} \mathfrak{B}_i$ есть модель теории T . При этом предполагается, что это пересечение не пусто. Если это пересечение никогда не пусто, то теория называется сильно выпуклой.

Выделим следующее понятие йонсоновской теории, характеризующее достаточно широкий подкласс индуктивных теорий.

Определение 3. Индуктивная теория T называется экзистенциально-простой, если:

1. она имеет алгебраически простую модель и класс всех ее алгебраически простых моделей обозначим через AP ;

2. класс (E_T) моделей теории T имеет непустое пересечение с классом AP , т.е. $T_{AP} \cap E_T \neq \emptyset$.

Пусть T йонсоновская теория полная для экзистенциальных предложений в языке L и ее семантическая модель есть C .

Определение 5. Мы говорим, что множество $X - \Sigma$ –определимо, если оно определимо некоторой экзистенциальной формулой.

Определение 6. Множество X называется йонсоновским в теории T , если оно удовлетворяет следующим свойствам:

1) X есть Σ –определимое подмножество C ;

2) $dcl(X)$ есть носитель некоторой экзистенциально-замкнутой подмодели C .

Нами получен следующий результат.

Теорема 1. Если T - йонсоновская теория и X йонсоновское множество в теории T . Причем $X \subseteq C$, где C семантическая модель T , то T экзистенциально проста.

Теорема 2. Пусть T - сильно выпуклая экзистенциальная простая \exists -полная йонсоновская теория. M - счетная модель теории T . Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) $M - (\Sigma, \Sigma)$ -атомная модель;
- 2) M -алгебраически простая модель.

Список использованных источников

1. Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – 370 с.