

6. Джурбаев Т. Д., Абдиназаров С. Краевые задачи типа задачи Бицадзе-Самарского для уравнений третьего порядка с кратными характеристиками // Известия АН Узбекской ССР. 1981. №1. С. 8-11.
7. Абдиназаров С. Общие краевые задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Дифференц. уравнения. 1981. Т. 17, №1. С. 3-12.
8. Block H. Sur les equations lineaires aux derivies partielles a caracteristiques multiples // Arkiv for Mat. Astr. och Fysik. 1912. Bd.7. P. 3-20.
9. Cattabriga L. Potenziale di linea e di dominio per equazioni non paraboliche in due variabili a caratteristiche multiple // Rendiconti del seminario Matem. della univ. di Padova. 1961. Vol. 31.
10. Джурбаев Т. Д., Апаков Ю. П. Об автомодельном решении одного уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки. 2007. №2(16). С. 18-26.
11. Иргашев Ю., Апаков Ю. П. Первая краевая для уравнения третьего порядка псевдоэллиптического типа // Узбекский математический журнал. 2006. №2. С. 44-51.
12. Апаков Ю. П. К решению краевых задач для уравнения $u_{xx} - u_{yy} = 0$ в неограниченных областях // Доклады АН республики Узбекистан. 2006. №3. С. 17-20.
13. Апаков Ю. П. О решении краевой задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Украинский математический журнал. Т. 64, №1. 2012. С. 3-13.
14. Балкизов Ж. А., Кодзоков А. Х. О представлении решения краевой задачи для неоднородного уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2010. №4. С. 64-69.
15. Балкизов Ж. А. Краевая задача для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2015. Т. 17, №3. С. 13 – 21.

ОБ ОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧЕ СОЛОННИКОВА - ФАЗАНО

Дженалиев М. Т.¹, Рамазанов М. И.^{2,3}

¹Институт математики и математического моделирования КН МОН РК,
Алматы, Казахстан

E-mail: muvasharkhan@gmail.com

²Институт прикладной математики КН МОН РК,

³КарГУ им. Е. А. Букетова, Караганды, Казахстан

E-mail: ramamur@mail.ru

Рассматривается однородная граничная задача теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0; 0 < x < mt, t \in (0, T), \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0+} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=mt} + k \frac{d\tilde{u}(t)}{dt} = 0, \quad (2)$$

где $\tilde{u}(t) = u(x, t) \Big|_{x=mt} = u(mt, t)$, k и m - заданы.

Задача (1)-(2) является однородным случаем задачи, исследованной в [1], где указано, что данная задача оказывается полезной при изучении задач со свободными границами.

Введя новую функцию $v(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$, и используя тепловые потенциалы простого слоя [2], задачу (1)-(2) сведем к решению сингулярного интегрального уравнения типа Вольтерра второго рода

$$\begin{aligned} \varphi(t) - \frac{m}{a\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{t}{(t-\tau)^{3/2}} e^{-\frac{m^2\tau}{a^2(t-\tau)}} \cdot \varphi(\tau) d\tau - \left(\frac{m}{2a\sqrt{\pi}} + \frac{ka}{\sqrt{\pi}} \right) \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{m^2\tau}{a^2(t-\tau)}} \cdot \varphi(\tau) d\tau + \\ + \left(\frac{m}{2a\sqrt{\pi}} - \frac{ka}{\sqrt{\pi}} \right) \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \varphi(\tau) d\tau = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Выделяя характеристическую часть данного однородного интегрального уравнения, решение которой определяется в явном виде и используя метод регуляризации Карлемана-Векуа найдем его ненулевое решение [3]. Тем самым, показано, что поставленная однородная краевая задача также имеет ненулевое решение. Доказана справедливость теоремы.

Теорема. Классами единственности решения для граничной задачи (1)–(2) являются $L_\infty\left(G; \left[x^{1+\alpha} + t^{(1+\alpha)/2}\right]^{-1}\right)$, $\alpha > 0$.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. Солонников В.А., Фазано А. Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами // Записки научных семинаров ПОМИ. 2000. Т. 269. С. 322–338.
2. Тихонов А. Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 734 с.
3. Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И. Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений. – Алматы: Ғылым, 2010. – 334 с.

О НЕЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Дженалиев М.Т.¹, Рамазанов М.И.^{2,3}

¹Институт математики и математического моделирования КН МОН РК, Алматы, Казахстан
muvasharkhan@gmail.com

²Институт прикладной математики КН МОН РК,

³КарГУ им. Е.А.Букетова, Караганды, Казахстан
E-mail: ramamur@mail.ru

В настоящей работе наряду с тривиальным решением мы устанавливаем в классе существенно ограниченных функций с заданным весом существование нетривиального решения с точностью до постоянного множителя.

Рассматривается однородная граничная задача

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0, \{x,t\} \in G = \{x,t : 0 < x < t, t > 0\}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=t} + \frac{d\tilde{u}(t)}{dt} = 0; \quad (2)$$

где $\tilde{u}(t) = u(t,t)$. Отметим, что задача (1)–(2) является однородным случаем задачи, изученной в работе [1], причем, для простоты коэффициенты из указанной работы приняты равными: $k = b = 1$. Эти изменения не противоречат постановке задачи из [1]. Как отмечено в работе [1], случай неоднородной граничной задачи "... оказывается полезным при изучении некоторых задач со свободными границами". Например, для однофазной задачи "... Стефана при следующих предположениях: жидкая фаза с положительной температурной температурой $u(x,t)$ занимает отрезок $0 < x < s(t)$, при $x = 0$ задается положительный поток тепла, а свободная граница $x = s(t)$ начинается у твердой стенки $x = 0$, т.е. выполняется условие $s(0) = 0$ ". В работе [1] установлена теорема об однозначной разрешимости рассматриваемой там граничной задачи в весовых гильбертовских пространствах. Исследование граничных задач вида (1)–(2) проводится в Казахстане впервые. Если в работе [1] было показано, что в некотором гильбертовском классе функций однородная задача (1)–(2) имеет только тривиальное решение, то нас интересует вопрос: существует ли у этой задачи нетривиальное решение и какому классу оно принадлежит? Этот вопрос ранее никем не был изучен. В настоящей работе наряду с тривиальным решением мы устанавливаем в классе существенно ограниченных функций с заданным весом существование нетривиального решения с точностью до постоянного множителя. Введем этот класс следующим образом:

$$(x + t^{1/2})^{-1} u(x,t) \in L_\infty(G), \text{ т.е. } u(x,t) \in L_\infty(G; (x + t^{1/2})^{-1}). \quad (3)$$

Сформулируем основной результат.

Теорема. Граничная задача (1)–(2) имеет наряду с тривиальным решением и нетривиальное решение $u(x,t) = C\tilde{u}(x,t)$, где $\tilde{u}(x,t) \in L_\infty(G; (x + t^{1/2})^{-1})$, $u, C = const$.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. Солонников В.А., Фазано А. Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами// Записки научных семинаров ПОМИ, 2000.- Т.269.- С.322–338.