

## СВЯЗЬ АТОМНЫХ И ЭКЗИСТЕНЦИОНАЛЬНО-ЗАМКНУТЫХ МОДЕЛЕЙ ЦЕНТРА ФРАГМЕНТА ЙОНСОНОВСКОГО МНОЖЕСТВА В ОБОГАЩЕННОЙ СИГНАТУРЕ

Ешкеев А.Р., Рысбек Б.Е., Токмаганбетова Т.Д.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан  
E-mail: modth1705@mail.ru

Пусть  $T$  - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры  $\sigma$ . Пусть  $C$  является семантической моделью теории  $T$ . Пусть  $A \subseteq C$  есть йонсоновское множество в теории  $T$ . Пусть  $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$ ,  $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$ .

Пусть

$$T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) \mid a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{ "P \subseteq" \},$$

где  $\{ "P \subseteq" \}$  есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа  $P$  является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры  $\sigma_\Gamma(A)$  и эта модель есть определенное замыкание множества  $A$ . Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория вообще говоря не полна.

Пусть  $T^*$  является центром йонсоновской теории  $T_A^C$  и  $T^* = Th(C')$ , где  $C'$  есть семантическая модель теории  $T_A^C$ . При ограничении теории  $T_A^C$  до сигнатуры  $\sigma_\Gamma(A) \setminus \{c\}$  теория  $T_A^C$  становится полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом теории  $T$  относительно йонсоновского множества  $A$ .

Пусть  $X$  йонсоновское множество в теории  $T$  и  $M$  экзистенциально замкнутая подмодель семантической модели  $C$ , рассматриваемой йонсоновской теории  $T$ , где  $dcl(X) = M$ . Тогда пусть  $Th_{\forall\exists}(M) = Fr(X)$ ,  $Fr(X)$  - есть йонсоновский фрагмент йонсоновского множества  $X$ .

В рамках определении работ [1], [2], используя выше стоящие определение получены результаты, которые обобщают соответствующие результаты из [1], [2].

**Теорема 1.** Пусть  $Fr(A)$  - теория в языке  $\sigma_\Gamma(A)$  и  $M_1, M_2$  - счетные  $(\Sigma_1, \Sigma_1)$ -атомные модели теории  $Fr^*(A)$ . Тогда модели  $M_1$  и  $M_2$  изоморфны.

**Теорема 2.** Пусть экзистенциально проста  $T_A^C$  теория,  $M$  - модель теории  $(Fr^*(A))$ . Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1)  $N$  - счетная  $(\Sigma_1, \Sigma_1)$ -атомная модель теории  $(Fr^*(A))$ ;
- 2) теория  $(Fr^*(A))$   $(\Sigma_1, \Sigma_1)$ -атомная, и  $N$  алгебраически простая в  $E_n(Fr^*(A))$ .

Все неопределенные понятия можно найти в [3].

### Список использованных источников

1. Мустафин Т.Г. Обобщенные условия Йонсона и описание обобщенно-йонсоновских теорий булевых алгебр // Математические труды, том 1, №2, 1998. - С.135-197.
2. John T. Baldwin, David W. Kueker Algebraically prime models // Annals of Mathematical Logic 20, 1981. - P. 289-330.
3. Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. - Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. - 370 с.

## СВОЙСТВА ЯДЕРНЫХ И АТОМНЫХ МОДЕЛЕЙ ВЫПУКЛЫХ РОБИНСОНОВСКИХ ТЕОРИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ОБОГАЩЕНИЯ ЙОНСОНОВСКИМ МНОЖЕСТВОМ

Ешкеев А.Р., Ульбрихт О.И., Шаматаева Н.К.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан  
E-mail: modth1705@mail.ru, ulbrikht@mail.ru, naz.kz85@mail.ru

Данная работа связана с понятиями выпуклости теории в классе робинсоновских теорий.

Дадим необходимые определения, связанные с йонсоновской теорией и обогащением сигнатуры.

Пусть  $T$  - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры  $\sigma$ . Пусть  $C$  является семантической моделью теории  $T$ . Пусть  $A \subseteq C$  есть йонсоновское множество в теории  $T$ . Пусть  $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$ ,  $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$ .

Пусть  $T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) | a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{''P \subseteq''\}$ , где  $\{''P \subseteq''\}$  есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа  $P$  является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры  $\sigma_\Gamma(A)$  и эта модель есть определенное замыкание множества  $A$ . Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория вообще говоря не полна.

Пусть  $T^*$  является центром йонсоновской теории  $T_A^C$  и  $T^* = Th(C')$ , где  $C'$  есть семантическая модель теории  $T_A^C$ . При ограничении теории  $T_A^C$  до сигнатуры  $\sigma_\Gamma(A) \setminus \{c\}$  теория  $T_A^C$  становится полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом теории  $T$  относительно йонсоновского множества  $A$  и обозначим его через  $P_A^C$ .

**Определение.** Йонсоновская теория  $T$  называется робинсоновской ( $R$ ), если она универсально-аксиоматизируема.

**Теорема 1.** Пусть  $T$  сильно выпуклая экзистенциально простая,  $\exists$ -полная совершенная  $R$ -теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) теория  $T^*$  имеет ядерную структуру;
- 2) теория  $T_A^C$  имеет ядерную модель;
- 3) всякий раз, когда  $\varphi(x)$  есть экзистенциальная формула и выводима в  $T$ , тогда существует некоторая экзистенциальная формула  $\psi(x)$  и целое число  $n$ , такие, что в  $T$  выводимо  $\exists^{=n} x \varphi \wedge \exists x(\varphi \wedge \psi)$ , а также, если  $T \models (\delta_1 \vee \delta_2)$ , где  $\delta_1, \delta_2$  - некоторые экзистенциальные предложения, тогда  $T \models \delta_1$  или  $T \models \delta_2$ .

**Теорема 2.** Пусть теория  $T$  сильно выпуклая совершенная экзистенциально простая  $R$ -теория.

Тогда  $\mathfrak{M}$  является ядерной структурой  $T_A^C$  тогда и только тогда, когда  $\mathfrak{M}$  является ядерной моделью центра  $T^*$  в выше указанном обогащении.

Мы также имеем результат относительно синтаксического условия атомности и семантического понятия  $\Delta$  – *nice* в классе  $E_T$ .

**Теорема 3.** Пусть  $T$  сильно выпуклая экзистенциально простая, совершенная  $R$ -теория и она полна для  $\forall\exists$  предложений.  $\mathfrak{A}$  некоторая счетная модель из  $E_T$ . Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1)  $\mathfrak{A}(\Delta, \Delta)$  – атомная;
- 2)  $\mathfrak{A} \in E_T^*$  и  $\Delta$  – *nice*.

#### Список использованных источников

1. Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – 370 с.
2. Ешкеев А.Р., Ульбрихт О.И. Свойства малых моделей выпуклых  $\Delta$ -робинсоновских теорий в допустимых обогащениях сигнатуры // Современная математика: проблемы и приложения: Сборник трудов международной научно-практической конференции, посвященной научно-педагогической деятельности А.Д. Тайманова. – Алматы, 2013. – С.187-191.

### СВОЙСТВА #-КОМПАНЬОНА ЙОНСОНОВСКОЙ ТЕОРИИ В ОБОГАЩЕННОЙ СИГНАТУРЕ ЙОНСОНОВСКИМ МНОЖЕСТВОМ

Ешкеев А.Р., Цуцаева Л.Ю., Мухаметова Е.Л.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан  
E-mail: modth1705@mail.ru

Пусть  $T$  - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры  $\sigma$ . Пусть  $C$  является семантической моделью теории  $T$ . Пусть  $A \subseteq C$  есть йонсоновское множество в теории  $T$ . Пусть  $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a | a \in A\} \cup \Gamma$ ,  $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$ .

Пусть  $T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) | a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{''P \subseteq''\}$ , где  $\{''P \subseteq''\}$  есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа  $P$  является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры  $\sigma_\Gamma(A)$  и эта модель есть определенное замыкание множества  $A$ . Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория, вообще говоря, не полна.